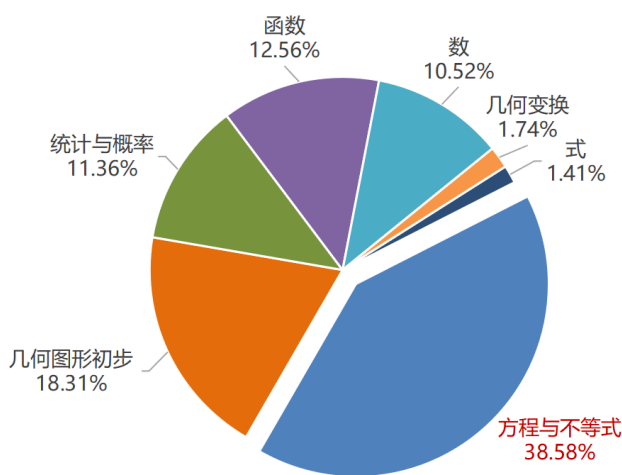


第1讲 二元一次方程组综合应用

二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）属于人教版第八章、第九章的内容，这部分的易错点为解方程与不等式组，学生易在计算上出错，难点为实际应用与含参方程（组）、不等式（组）；这部分内容是期末考试的高频考点，其中解方程、解不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《二元一次方程（组）》、《一元一次不等式（组）》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《方程、不等式综合》，旨在帮助学生利用二元一次方程（组）及不等式（组）解决含参问题。

本模块难度稍大，适用于二元一次方程（组）与不等式（组）的短期突破，本模块分为二元一次方程组综合应用、方程（组）与不等式（组）综合2讲内容，帮助学生了解含参二元一次方程（组）的常见题型，梳理这部分的解题思路。



一、同解方程

|| 例题1

已知方程组 $\begin{cases} mx + 3ny = 1 \\ 5x - ny = n - 2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ 有相同的解，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

|| 练习1

1. 如果二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 3a \\ x - y = 9a \end{cases}$ 的解是二元一次方程 $2x - 3y + 12 = 0$ 的一个解，那么 a 的值是 ()。
A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{7}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$
2. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = m + 3 \\ 2x - y = 2m - 1 \end{cases}$ 的解 x 与 y 的值互为相反数，试求 m 的值。

|| 例题2

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ ax + by = 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2ax - 3by = 7 \end{cases}$ 同解，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

练习2

3. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 4x - y = -5 \\ ax + by = -1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 3x + y = -9 \\ 3ax + 4by = 18 \end{cases}$ 有相同的解, 那么 $\sqrt{a+b}$ 的平方根是 ().

A. 0 B. ± 1 C. $\pm\sqrt{2}$ D. ± 2

4. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx + 2ny = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x - y = 3 \\ nx + (m-1)y = 3 \end{cases}$ 有相同的解.

(1) 求这个相同的解.

(2) 求 m, n 的值.

5. 回答下列问题.

(1) 已知方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 求方程组 $\begin{cases} a_1(x-1) - 2b_1(y+2) = 3c_1 \\ a_2(x-1) - 2b_2(y+2) = 3c_2 \end{cases}$ 的解.

(2) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - 2y = 6 - 7k \\ 2x + 3y = 2k - 7 \end{cases}$ 的解满足 $x + y = 2k$.

① 试判断该方程组的解是否也是方程组 $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ 的解.

② 求 k 的值.

二、错解方程

例题3

王老师让全班同学们解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x + ay = 1 & \text{①} \\ bx - y = 7 & \text{②} \end{cases}$ (其中 a 和 b 代表确定的数), 甲、乙两人解错了, 甲看错了方程①中的 a , 解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$, 乙看错了②中的 b , 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$, 请你求出这个方程组的正确解.

解:

练习3

6. 甲、乙两人共同解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} ax + by = 5 & \text{①} \\ 3x + cy = 2 & \text{②} \end{cases}$, 甲正确地解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$, 乙看错了方程②中的系数 c , 解得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$, 则 $(a + b + c)^2$ 的值为().
- A. 16 B. 25 C. 36 D. 49

7. 甲、乙两人在解方程组 $\begin{cases} ax + 5y = 15 \\ 4x = by - 2 \end{cases}$ 时, 甲看错了字母 a , 解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$, 乙看错了字母 b , 解得 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$, 试求 $a^{2016} + \left(-\frac{1}{10}b\right)^{2017}$ 的值.

8. 甲、乙二人解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx - 7y = 8 \end{cases}$, 甲正确地解出 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$, 而乙因把 c 抄错了, 结果解得 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$, 求 a 、 b 、 c 的值, 并求乙将 c 抄成了何值?



三、二元一次方程组解的情况

例题4

当 m 、 n 为何值时，关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} mx - y = -n \\ (2m - 1)x - y = -4 \end{cases}$ ，有唯一解；有无数解；无解。

解：

练习4

9. 若关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x - 3ay = 4 \\ 4x - (2a - 1)y = 18 \end{cases}$ 只有一组解，则 a ()。

A. $= \frac{1}{2}$

B. $\neq -\frac{1}{2}$

C. $= \frac{1}{4}$

D. $\neq -\frac{1}{4}$

10. 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 4x + 4ky + 1 = 0 \\ 8y - 4x = 1 \end{cases}$ 有无穷多组解，则 k 的值为_____。

11. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} by = a + 2 - (a + 1)x \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} (a \neq \pm 1, b \neq 0)$ ，

分别求出当 a 和 b ，满足何条件时，方程组。

(1) 有唯一一组解。

(2) 无解。

(3) 有无穷多组解。

四、含参二元一次方程组整数解问题

例题5

如果关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解是正整数，求整数 p 的值。

解：

练习5

12. 如果关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 6x + my = 26 \end{cases}$ 的解是整数，那么整数 m 的值为 ()。

A. 4, -4, -5, 13 B. 4, -4, -5, -13 C. 4, -4, 5, 13 D. -4, 5, -5, 13

13. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 2a + 5 \\ x - y = 3a + 1 \end{cases}$ 解为正整数，求满足条件的整数 a 的值。

14. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 有非负整数解，则满足条件的所有整数 a 值的和为 ()。

A. -12 B. 7 C. 8 D. 13

15. 如果关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解是正整数，求整数 p 的值。

16. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5 \\ x + 2y = 3a + 3 \end{cases}$ 的解都为正数。

(1) 求 a 的取值范围。

(2) 已知 $a + b = 4$ ，且 $b > 0$ ， $z = 2a - 3b$ ，求 z 的取值范围。